



**VI EDYCJA OLIMPIADY OGÓLNOPOLSKIEJ
Z MATEMATYKI „APOLONIUSZ”
POZIOM ROZSZERZONY**

skierowanej do uczniów szkoły średniej
dnia 15 listopada 2019r.
czas pracy 60 minut



Liczba punktów do zdobycia: maksymalnie 13. Powodzenia!

Uwaga! Można korzystać z prostego kalkulatora i przyrządów geometrycznych.

Zadanie 1 (1pkt) W trapez o ramionach długości 26cm i 30cm oraz wysokości 24cm można wpisać okrąg. Pole trapezu wynosi:
A) 670cm^2 B) 671cm^2 C) 672cm^2 D) 673cm^2

Zadanie 2 (1pkt) Prostokąt ma boki długości 20cm i 10cm. Dłuższy bok zmniejszamy o $(x+2)\text{cm}$, a krótszy zwiększamy o $(x+4)\text{cm}$. Dla jakich wartości x pole nowego prostokąta będzie największe?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

Zadanie 3 (1pkt) Wskaż zdanie fałszywe spośród poniższych:

A) Liczba $\sqrt[3]{6 + \sqrt[3]{6 + \sqrt[3]{6 + \dots}}}$ jest równa 2.

B) $\log_6 \frac{\sqrt[3]{36}}{216}$ jest równa $-\frac{7}{3}$.

C) Rozwiązaniem nierówności $||x - 2| + 1| < 3$ jest $x \in (0,4)$.

D) Trójkąt o wierzchołkach $A=(-2,-4)$, $B=(2,1)$, $C=(3,6)$ przekształcono przez symetrię środkową względem początku układu współrzędnych. Zatem współrzędna środka ciężkości otrzymanego trójkąta wynosi $(-1,-3)$.

Zadanie 4 (2pkt) Wielomian $W(x)=x^4+ax^3+bx^2-20x+4$ jest kwadratem wielomianu $P(x)=x^2+cx+d$. Oblicz a i b .

Zadanie 5 (2pkt) Wyznacz kąt nachylenia do osi x prostej o równaniu $y=ax+b$ wiedząc, że przechodzi ona przez punkty $A=(m-4,2m+1)$ i $B=(m+2,2m+7)$.

Zadanie 6 (2pkt) Oblicz granicę $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 4 \cdot 2^{n+1}}{7 \cdot 3^n + 3 \cdot 2^n}$. Zaokrąglij wynik do trzech miejsc po przecinku. Zakoduj cyfry po przecinku otrzymanego zaokrąglenia.

Zadanie 7 (2pkt) Objętość stożka o promieniu podstawy równym r jest równa $\frac{\pi\sqrt{3}}{3} r^3$. Oblicz miarę kąta rozwarcia stożka.

Zadanie 8 (2pkt) W urnie jest n kul, w tym 6 białych. Losujemy dwie kule bez zwracania. Dla jakich wartości n prawdopodobieństwo wylosowania dwóch kul białych jest większe od 0,5?